

Capacitancia e inductancia para un convertidor AC-DC

Ing. Francisco Segura Altamirano, Víctor Eduardo Vásquez Ortiz
Profesor Asociado Dpto. Computación y Electrónica, Estudiante de Ingeniería Electrónica, UNPRG.

Resumen:

*El objetivo de la presente investigación es hallar la inductancia y capacitancia para un convertidor AC-DC que sea independiente a cualquier resistencia de carga. Para esto se halló el factor de rizo para distintas combinaciones de valores de L y C en un filtro que recibe una onda sinusoidal rectificadora a onda completa de 120Hz . Como se esperaba, se obtuvo un menor factor de rizo para valores altos de L y C . Finalmente se determinó que para obtener un convertidor AC-DC prácticamente inmune a cambios de resistencia de carga, el producto de la inductancia y capacitancia debe ser mayor a $33 * 10^{-6} \text{HF}$.*

Palabras clave: filtro, rizado, factor de rizo, convertidor AC-DC, LC, LCR

Abstract:

*The objective of this paper is to find the inductance and capacitance for an AC-DC converter, which is independent of any load resistance. In order to achieve this we found the ripple factor for different combinations of L and C in a filter that receives a 120Hz full wave rectified sinusoid. As expected, we obtained a smaller ripple factor for higher values of L and C . Finally we determined that in order to obtain an AC-DC converter practically immune to changes in the load resistance, the product of the inductance and capacitance has to be higher than $33 * 10^{-6} \text{HF}$.*

Key words: filter, ripple, ripple factor, AC-DC converter, LC, LCR

Introducción

Un convertidor AC-DC tiene dos partes principales: un módulo rectificador y un circuito de filtro. Este último se utiliza para remover los componentes de AC de una salida rectificadora, permitiendo que solo la corriente continua alcance la carga. En general se usa una combinación de un inductor (L) y un capacitor (C). Así, una apropiada red LC puede filtrar eficientemente los componentes de una onda sinusoidal rectificadora. La acción de filtrado de estos elementos pasivos depende de sus propiedades eléctricas: un inductor permite que la corriente directa (DC) pase a través de él, pero bloquea las componentes de AC; a diferencia de un capacitor que permite que la corriente alterna (AC) pase a través de él pero bloquea la componente DC. Una forma de determinar que tan bueno es un convertidor, es calculando el *factor de rizo* obtenido del valor RMS de los componentes de AC de la señal entre el valor de voltaje continuo de dicha señal.

A continuación se explicará como funcionan los filtros capacitivo e inductivo para entender el *filtro LC*, después se verá el análisis de Fourier para la senoide rectificadora, luego se hallará la *función de transferencia* del circuito LCR que modificará la onda de entrada, y finalmente se definirá y analizará el *factor de rizo*.

Filtro Inductivo

Consiste en un inductor el cual es colocado en serie entre el rectificador y la resistencia de carga R_L . La salida del rectificador contiene componentes de AC así como la componente de DC, cuando esta corriente pasa a través del inductor, este ofrece una alta resistencia a los componentes de AC y ninguna resistencia a la componente de DC. Por lo tanto las componentes de AC son bloqueadas y solo la componente de DC alcanza la carga. Se puede ver el circuito en la figura Fig. (1).

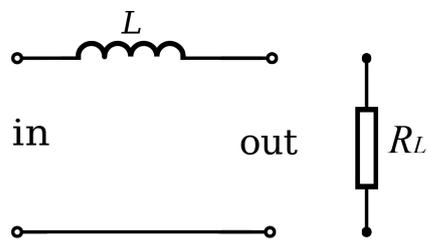


Figura 1: Filtro Inductivo

Filtro Capacitivo

En este filtro un capacitor es conectado en paralelo a la carga. El capacitor se carga durante el aumento de la tensión en cada ciclo de la onda rectificadas, y luego esta carga es suministrada a la resistencia de carga R_L . Este proceso se repite cada ciclo manteniéndose un reducido *factor de rizo*. Este filtro es popular por su bajo costo, su pequeño tamaño y buenas características. Se puede ver el circuito en la Fig. (2).

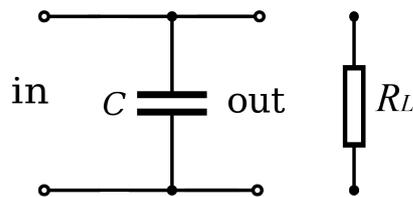


Figura 2: Filtro Capacitivo

Filtro LC

En un filtro inductivo, el *factor de rizo* es directamente proporcional a la resistencia de carga. Por otra parte, en un filtro capacitivo, varía inversamente con la resistencia de carga. Por lo tanto, si combinamos apropiadamente el filtro inductivo con un capacitor, el *factor de rizo* puede volverse casi independiente de la resistencia de carga.

En este circuito, un inductor es conectado en serie con la carga este ofrece alta resistencia a los componentes de AC y permite que la componente de DC alcance la carga. El capacitor conectado en paralelo con la carga filtra cualquier componente de AC que pase a través del inductor. De esta manera, el *voltaje de rizo* es filtrado en gran parte y una corriente prácticamente directa es suministrada a la carga. Este filtro también es conocido como filtro de choque o filtro de sección LC. Se puede ver el circuito en la Fig. (3).

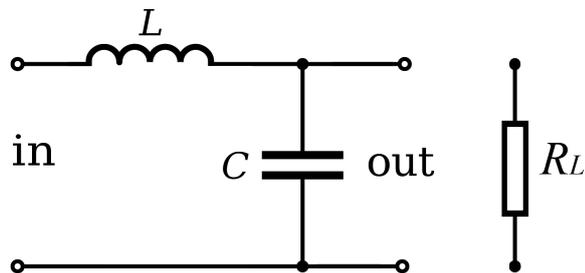


Figura 3: Filtro LC

Análisis de Fourier para la Sinusoide Rectificada

Se define una onda rectificada a onda completa de frecuencia $F = 2f$, donde $\omega = 2\pi f$ como:

$$h(t) = V_p \text{sen}(\omega t)$$

para

$$0 \leq \omega t \leq \pi$$

Esta onda tendrá un valor medio (V_{med}) de:

$$V_{med} = \frac{2 V_p}{\pi}$$

Por lo tanto, si se toma un $V_p = 15$ se obtiene un $V_{med} = 9,54V$, de ahora en adelante considerado como valor de la componente de DC.

Después de aplicar Series de Fourier a la sinusoide rectificada a onda completa $h(t)$, en este caso de $15V_p$, mostrada en la Fig. (4) se tiene:

$$g(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} D_k e^{j2\pi k f t}$$

donde $f = 120Hz$, k es un entero, t es la variable de tiempo y D_k es un coeficiente complejo.

Se puede graficar los coeficientes complejos con su respectiva frecuencia, como se puede ver en la Fig. (5).

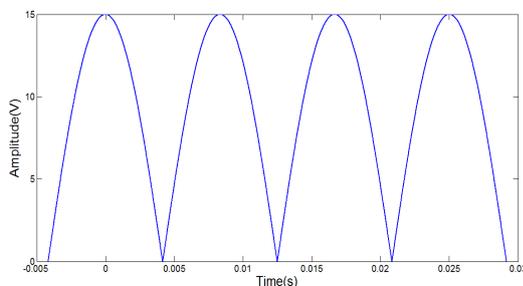


Figura 4: Sinusoide Rectificada

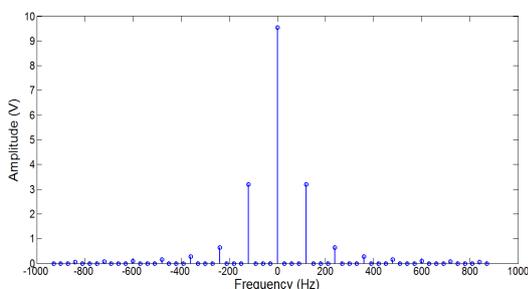


Figura 5: Espectro de Frecuencia

Función de Transferencia

La *función de transferencia* es la relación entre la salida y la entrada de una señal en el dominio de la frecuencia al pasar a través de un circuito. Al aplicar teoría elemental de circuitos a la sección LCR se tiene:

$$H(f) = \frac{V_o(f)}{V_i(f)} \quad (1)$$

que en este caso es:

$$H(f) = \frac{I(f) Z_o(f)}{I(f) Z_i(f)}$$

$$H(f) = \frac{Z_o(f)}{Z_i(f)} \quad (2)$$

donde Z_o es la impedancia equivalente de C y R, Z_i es la impedancia equivalente de L, C y R. Las impedancias respectivas son:

$$Z_R(f) = R$$

$$Z_L(f) = j 2\pi f L$$

$$Z_C(f) = \frac{-j}{2\pi f C}$$

siendo

$$Z_o(f) = \frac{-j R}{2\pi f C R - j} \quad (3)$$

$$Z_i(f) = \frac{-j R}{2\pi f C R - j} + j 2\pi f L. \quad (4)$$

Con (3) y (4) en (2) , se tiene:

$$H(f) = \frac{1}{1 - 4\pi^2 f^2 L C + j 2\pi f \frac{L}{R}}. \quad (5)$$

La ecuación (5) es la *función de transferencia*. A continuación se muestran las gráficas de la *función de transferencia* para cuatro combinaciones LC.

La Fig. (6) muestra la *función de transferencia* para 100 mH y 10000 μF, la Fig. (7) para 47 mH y 3300 μF, la Fig. (8) para 22 mH y 2200 μF, y la Fig. (9) para 4,7 mH y 470 μF.

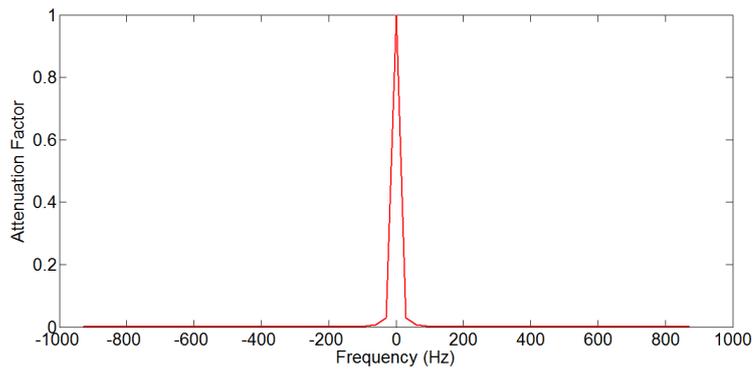


Figura 6: Función de Transferencia para 100 mH y 10000 μF

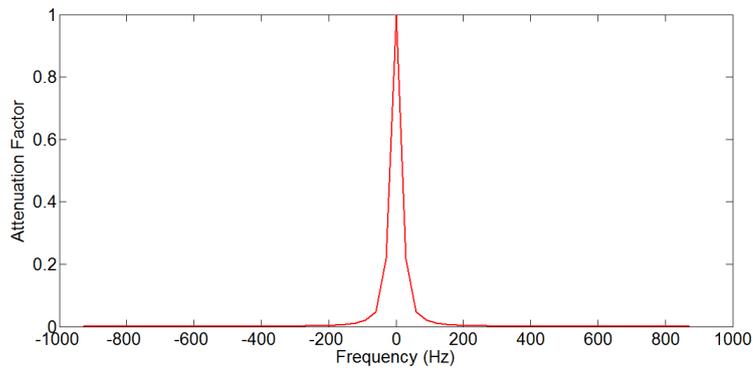


Figura 7: Función de Transferencia para 47 mH y 3300 μF

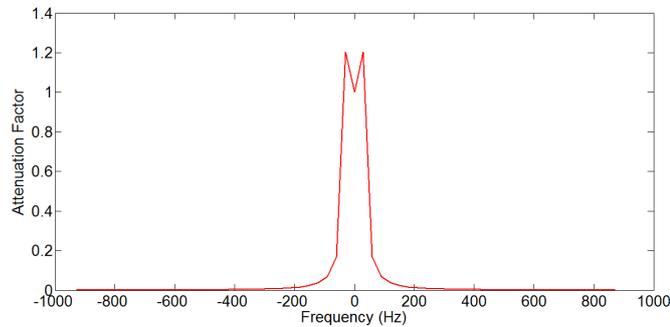


Figura 8: Función de Transferencia para 22 mH y 2200 µF

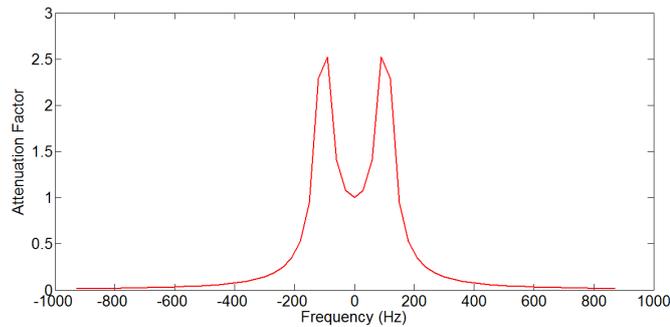


Figura 9: Función de Transferencia para 4,7 mH y 470 µF

Estas curvas representan el valor adimensional o *factor de atenuación* por el cual serán multiplicados los coeficientes de cada frecuencia de la señal de salida del rectificador, por eso es necesario encontrar una *función de transferencia* que reduzca al mínimo la magnitud de los armónicos, pero que conserve el componente de DC.

Factor de Rizo

El *factor de rizo* (γ) representa la relación entre los componentes de AC y el componente de DC de una señal, puede definirse como el cociente del valor RMS del *voltaje de rizo*, que es el valor RMS de los componentes de AC de la señal, entre el valor absoluto de la componente de DC del voltaje de salida, usualmente se expresa como porcentaje.

$$\gamma = \frac{\text{Valor RMS de los componentes de AC de la señal}}{\text{Valor DC de la señal}}$$

$$\gamma = \frac{\sqrt{2 \sum_{k=1}^{\infty} |D_k|^2}}{D_o} \quad (6)$$

Se debe resaltar que el *factor de rizo* depende de la *función de transferencia* que establecen los componentes LCR, de la forma de onda que atravesará el circuito y de la frecuencia de esa onda, mas no del voltaje pico (V_p) aplicado al circuito debido a que si disminuye el (V_p) de la

onda de entrada, la componente de DC y las componentes de AC disminuyen proporcionalmente causando que el *factor de rizo* se mantenga.

Al analizar un circuito para hallar el *factor de rizo*, el escenario más simple que se puede encontrar es un rectificador sin ningún circuito de filtrado. El *voltaje de rizo* es muy alto en esta situación; el *voltaje de rizo pico-pico* es igual al voltaje pico de la onda rectificada. Un arreglo común es permitir que el rectificador trabaje con un capacitor que actúa como un reservorio. Después del pico de voltaje el capacitor C suministrará la corriente a la carga R_L , haciendo esto hasta que el voltaje del capacitor caiga al mismo valor del voltaje de salida de la onda rectificada que está elevándose en su respectiva mitad de ciclo.

Otra medida para reducir el rizado es usar una bobina de choque. Un inductor tiene una acción de filtrado y consecuentemente produce una onda más suave con menos armónicos de alto orden. El inconveniente es que la salida de DC es cercana al voltaje promedio de entrada, en clara desventaja contra el voltaje de salida cercano al voltaje pico de entrada logrado usando un capacitor.

Arreglos más complejos son posibles; el filtro puede ser una red LC en vez de un simple inductor o capacitor, obteniendo ventajas de los dos.

Materiales y métodos

Se decidió establecer la carga máxima nominal del convertidor AC-DC como 1A, ya que este valor satisface la mayoría de necesidades encontradas habitualmente.

Para obtener esta carga en la resistencia R, se tomó una onda rectificada de $15V_p$ como salida de la etapa rectificadora del filtro, ya que un transformador reductor a $15V_p$ es fácil de encontrar y la componente de DC de este voltaje alterno es de $9,54V$ que es cercano a $10V$ que era el valor buscado de señal de DC para alimentar una resistencia de 10Ω y obtener la carga buscada.

Se utilizó el software MATLAB para analizar cada combinación LC, se obtuvo y graficó la *función de transferencia* de cada combinación para poder calcular y visualizar como afecta la sección LC a la onda rectificada.

Finalmente mediante un simple algoritmo se obtuvo el *factor de rizo* de cada onda filtrada.

Procedimiento

La ecuación (6) puede ser fácilmente implementada en MATLAB o cualquier otro software para hallar el *factor de rizo*, usando los coeficientes obtenidos al aplicar análisis de Fourier a la onda rectificada.

El algoritmo utilizado fue el siguiente:

El *factor de rizo* será igual a la raíz cuadrada de la sumatoria de los cuadrados de los módulos de los coeficientes respectivos a cada frecuencia de la señal de salida del filtro, entre la componente de voltaje continuo de la señal.

Resultados y Discusión

Se encontró el *factor de rizo*, y se graficó la *función de transferencia* para 64 combinaciones de valores comerciales de L y C. Se puede ver el *factor de rizo* respectivo, en porcentaje, en las Tablas 1, 2, 3 y 4; además podemos apreciar mejor esta relación en las Fig. (10), Fig. (11) y Fig. (12).

Tabla 1: Factor de Rizo para combinaciones LC

	220 μF	330 μF	470 μF	1000 μF
2,2 mH	69.20	78.53	106.59	157.25
3,3 mH	75.00	104.06	171.59	51.92
4,7 mH	87.17	126.56	108.16	27.67
10 mH	59.52	40.91	25.78	9.97

Tabla2: Factor de Rizo para combinaciones LC

	2200 μF	3300 μF	4700 μF	10000 μF
2,2 mH	26.88	15.10	9.69	4.11
3,3 mH	15.07	9.10	6.04	2.66
4,7 mH	9.67	6.04	4.09	1.83
10 mH	4.10	2.66	1.83	0.84

Tabla 3: Factor de Rizo para combinaciones LC

	220 μF	330 μF	470 μF	1000 μF
22 mH	19.61	13.36	9.18	4.07
33 mH	11.84	8.22	5.76	2.63
47 mH	7.84	5.51	3.91	1.82
100 mH	3.44	2.45	1.76	0.83

Tabla 4: Factor de Rizo para combinaciones LC

	2200 μF	3300 μF	4700 μF	10000 μF
22 mH	1.78	1.17	0.81	0.38
33 mH	1.17	0.77	0.54	0.25
47 mH	0.81	0.54	0.37	0.17
100 mH	0.38	0.25	0.17	0.08

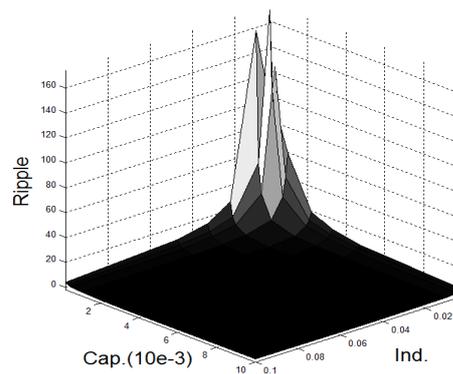


Figura 10: Factor de Rizo (2,2 mH hasta 100 mH; 220 μF hasta 10000 μF)

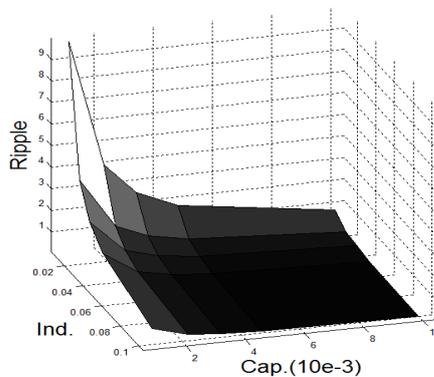


Figura 11: Factor de Rizo (10 mH hasta 100 mH; 1000 μF hasta 10000 μF)

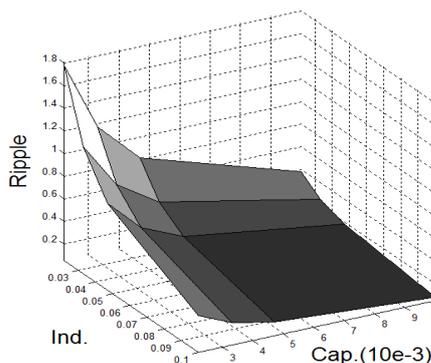


Figura 12: Factor de rizo (22 mH hasta 100 mH; 2200 μF hasta 10000 μF)

Análisis de resultados

Se observó que el *factor de rizo* disminuye de izquierda a derecha y de arriba a abajo en las tablas 1, 2, 3 y 4; por lo tanto los mejores *factores de rizo* se encuentran en la tabla 4 pero también en las partes inferiores derechas de las tablas 2 y 3. Sin embargo, en la tabla 1 no se logra encontrar un patrón claro.

Si se comparan las tablas 1, 2, 3 y 4; con la tabla 5 que muestra el producto de la inductancia L y la capacitancia C , se nota que se puede tener un *factor de rizo* aceptable siempre y cuando el producto de L y C no sea menor que $33 * 10^{-6} HF$, esto nos dará un *factor de rizo* no más alto que el 3 % con una señal de salida como la mostrada en la Fig. (13) donde L es 33 mH y C es 1000 μF , con un $\gamma \approx 2,6\%$ que puede alimentar una carga que no requiera un voltaje perfectamente continuo, o un circuito integrado regulador de voltaje para el filtrado completo de los armónicos.

De la misma manera, si se desea un *factor de rizo* menor al 1 %, con base a los datos obtenidos en los cuadros 2, 3 y 4, el producto de L y C no debe ser menor que $100 * 10^{-6} HF$.

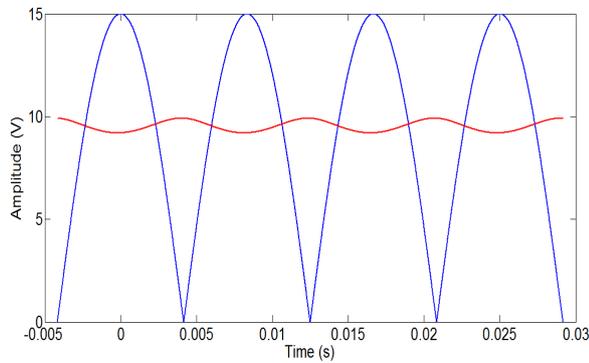


Figura 13: Señal de salida (en rojo) para 33 mH y 1000 μF

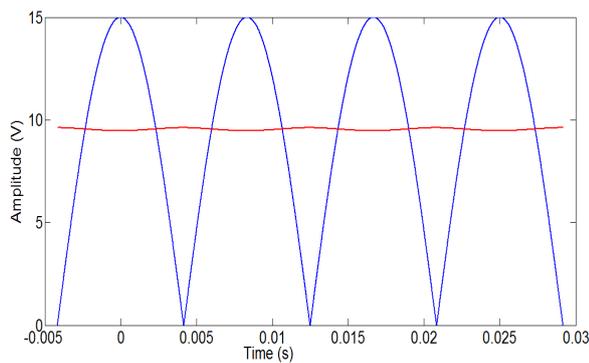


Figura 14: Señal de salida (en rojo) para 47 mH y 3300 μF

Tabla 5: Producto de L y C ($HF \cdot 10^{-6}$). $mH \downarrow \mu F \rightarrow$

	220	330	470	10^3	2200	3300	4700	10^4
2,2	0.5	0.7	1	2.2	4.8	7.3	10.3	22
3,3	0.7	1.1	1.6	3.3	7.3	10.9	15.5	33
4,7	1	1.6	2.2	4.7	10.3	15.5	22.1	47
10	2.2	3.3	4.7	10	22	33	47	100
22	4.8	7.3	10.3	22	48.4	72.6	103.4	220
33	7.3	10.9	15.5	33	72.6	108.9	155.1	330
47	10.3	15.5	22.1	47	103.4	155.1	220.9	470
100	22	33	47	100	220	330	470	1000

Así, la *función de transferencia* para 47 mH y 3300 μF mostrada en la Fig. (7) nos da la señal de salida mostrada en rojo en la Fig. (14), con un espectro de frecuencia mostrado en la Fig. (15) y con un *factor de rizo* de $\gamma \approx 2,6\%$.

Por otra parte se observa que en la Fig. (9) y en la Fig. (8) donde el producto de la capacitancia e inductancia es $4,84 \cdot 10^{-5} HF$ y $2,209 \cdot 10^{-6} HF$ respectivamente, la forma de la curva de la

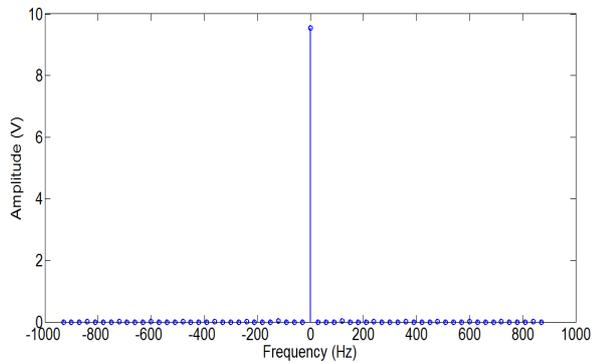


Figura 15: Espectro de Frecuencia de la señal de salida para 47 mH y $3300\ \mu\text{F}$

función de transferencia no es la deseada pero solamente en el segundo caso aumenta la magnitud de algunos armónicos en lugar de disminuirlos.

Si se continúa analizando las tablas 2 y 3 se nota que para el mismo producto de L y C se puede obtener un ligero mejor *factor de rizo* cuando la inductancia es más alta, esto debido a lo explicado en la sección *Factor de Rizo*, por eso se debe tener esto en cuenta al momento de diseñar un filtro, donde se elijirá entre tener un menor rizado con un menor voltaje RMS, o un mayor voltaje RMS con mayor rizado.

Dicho esto, al tomar los valores más altos de L y C (100 mH and $10000\ \mu\text{F}$) se tiene prácticamente un voltaje continuo como se puede ver en rojo en la Fig. (16) con un $\gamma \approx 0,08$, o sea un *voltaje de rizo* menor al 0,1 %.

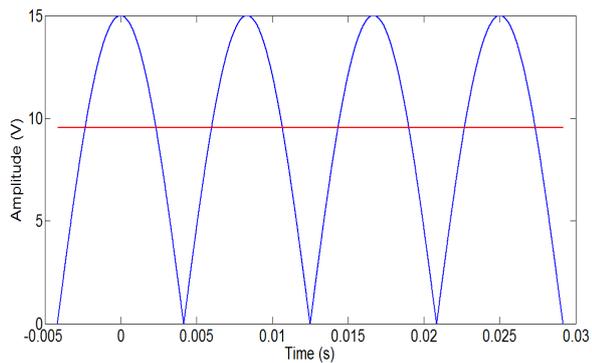


Figura 16: Señal de salida (en rojo) para 100 mH y $10000\ \mu\text{F}$

Además se puede apreciar que dentro del rango de productos de L y C mayores a $33 * 10^{-6}\text{ HF}$ hay una relación lineal entre el *factor de rizo* y el producto que sigue la fórmula:

$$\gamma = \frac{83}{\text{producto} \times 10^5}$$

Conclusiones

1. Para tener un *factor de rizo* menor al 3 % en una sección LCR para una carga de 1A el producto de la capacitancia e inductancia debe ser mayor a $33 * 10^{-6} HF$.
2. Para tener un *factor de rizo* menor al 1 % en una sección LCR para una carga de 1A el producto de la capacitancia e inductancia debe ser mayor a $100 * 10^{-6} HF$.
3. Para el mismo producto de capacitancia e inductancia (HF) con distintos componentes, se debe decidir si es más importante el *voltaje de rizo* o el valor RMS, si se opta por menor rizado, la inductancia debe ser la más alta posible; si se opta por mayor voltaje RMS la capacitancia debe ser la más alta posible.
4. Para una carga de 1A y un *factor de rizo* específico menor al 3 %, se cumple que: $\gamma = \frac{83}{\text{producto} \times 10^5}$, donde "producto" es el valor adimensional del producto de la capacitancia e inductancia.

Referencias

- [1] Ha Nguyen and Ed. Shwedyk, *A First Course in Digital Communications*, 1rd ed. Cambridge University Press, 2009.
- [2] Millman, Jacob; Halkias, Christos. "*Dispositivos y circuitos electrónicos*". Editorial Pirámide. Madrid, España, 11° Edición.
- [3] Schade, O.H. "*Analysis of Rectifier Operation*". Proc. I.R.E. Vol. 31, Julio 1943