

MATHEMA 3(1) 59-70  
REVISTA DE INVESTIGACIÓN  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
UNIVERSIDAD NACIONAL PEDRO RUIZ GALLO  
LAMBAYEQUE-PERÚ

## El Método Heurístico en la Enseñanza de la Matemática Básica y la Geometría Diferencial

Heuristic method in teaching of basic mathematics and differential geometry

Dr. Camilo Quintos Chuquicahua<sup>1</sup>

### RESUMEN

La presente investigación se realizó con el objetivo de aplicar el método heurístico en la enseñanza de la matemática básica en el nivel de Educación Básica Regular y de la geometría diferencial en el nivel Superior Universitaria, enfocada al proceso de la solución de situaciones problemáticas simples y complejas planteadas en las asignaturas de matemáticas. Se probó el método con un primer grupo de 23 estudiantes del Programa Nacional de Formación y Capacitación Permanente-2009, con logros del 100% de aprobados; el segundo grupo conformado por 30 alumnos de Geometría Diferencial del octavo ciclo de Matemática Pura de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo, ciclo académico 2017-I, con 93.33% de aprobados. Después del análisis y discusión de los métodos, se seleccionó el método heurístico porque es un método activo, completo y efectivo en cualquier nivel de la enseñanza de la matemática y en cualquier disciplina ligada a la solución de problemas matemáticos. El instrumento de evaluación asociado al método heurístico es la rúbrica analítica que permite medir en toda su dimensión los aprendizajes esperados de los estudiantes en cada asignatura de matemática.

Palabras clave: Método Heurístico, Enseñanza, matemática.

### ABSTRACT

The present investigation was carried out with the objective of applying the heuristic method in the teaching of basic mathematics at the Regular Basic Education level and of differential geometry at the Higher University level, it focused on the process of solving simple and complex problematic situations raised in the math subjects. The method was tested with a first group of 23 students from the National Program of Permanent Training and Education-2009, with achievements of 100% of those approved; the second group made up of 30 students from the Differential Geometry subject of the eighth cycle of Pure Mathematics from the Pedro Ruiz Gallo National University, academic year 2017-I, with 93.33% pass rate. After the analysis and discussion of the methods, the heuristic method was selected because it is an active, complete and effective method at any level of mathematics education and in any discipline that is linked to solving mathematical problems. The evaluation instrument associated with the heuristic method is the analytical rubric that allows to measure the expected learning of the students in each subject of mathematics in all its dimensions.

Key words: Heuristic Method, Teaching, mathematics.

---

1. Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo, Departamento de Matemáticas. [cquintos@unprg.edu.pe](mailto:cquintos@unprg.edu.pe)

## INTRODUCCIÓN

La enseñanza de la matemática en sus diferentes niveles, desde la Educación Básica Regular (EBR) hasta la Educación Superior Universitaria (ESU) siempre ha sido una tarea difícil de abordar metodológicamente. En la universidad se organizan y se desarrollan cursos de capacitación en didáctica o en enseñanza de la matemática en el nivel de EBR y casi nunca se ha tocado la problemática de la enseñanza de la matemática en el nivel superior. En el enfoque de los métodos de la enseñanza de la matemática se describen una serie de métodos activos, pasivos, de juegos, pero sin describir el procedimiento aplicativo en las ciencias básicas, en ciencias económicas, en ciencias de la salud o en las ingenierías.

Fausto Toranzos en su texto enseñanza de la matemática, afirma que: "Hay diversos métodos, ya que es difícil encontrar profesores que enseñen de la misma manera, y aún el mismo profesor usa varios métodos para distintas partes de la materia. No obstante, es posible citar algunos métodos, cuyo estudio interesa para fijar las normas generalmente aceptables en concordancia con las actuales concepciones didácticas. Citaremos como métodos fundamentales los siguientes: a) exposición del profesor; b) estudios de textos; c) método socrático d) método individual; e) método heurístico; f) método de laboratorio y correlación y laboratorio g) método de proyectos" [1].

Después de la revisión y análisis de los métodos, se ha optado por el método heurístico, porque es el método activo completo que involucra a otros, en especial al método socrático. El método heurístico es el más efectivo en cualquier nivel de la enseñanza de la matemática y en cualquier disciplina.

Guzmán en su texto tendencias innovadoras en Educación Matemática, concluye que: "La matemática a través de la resolución de problemas es actualmente el método más invocado para poner en práctica el principio general de aprendizaje activo y de inculturación. Lo que en el fondo se persigue con ella es transmitir en lo posible de manera sistemática los procesos de pensamiento eficaces en la solución de verdaderos problemas" [4]. Siguiendo el enfoque heurístico se ha recurrido a otras fuentes como a la Comisión de las Comunidades Europeas, las que en el año 2005 trató sobre las competencias clave para el aprendizaje permanente, logrando establecer ocho competencias clave, dentro de las cuales se consideró la competencia matemática, en donde se explica que: " La competencia matemática es la habilidad para desarrollar y aplicar el pensamiento matemático con el fin de resolver diversos problemas en

situaciones cotidianas. A partir de la base de un sólido dominio del cálculo numérico. El énfasis se sitúa en el proceso y la actividad, aunque también en los conocimientos. La competencia matemática entraña –en distintos grados- la capacidad y la voluntad de utilizar modos matemáticos de pensamiento (pensamiento lógico y espacial) y representación (fórmulas, modelos, construcciones, gráficos y diagramas)” [3]. Para lograr esta competencia se necesita un método activo y completo como es el heurístico que permite desarrollar el conocimiento, la capacidad y la actitud positiva del estudiante con el objetivo de resolver situaciones problemáticas de la realidad.

Como experiencia propia, el método heurístico se puso en práctica en diferentes etapas: en el Programa Nacional de formación y Capacitación Permanente (PRONAFCAP) desarrollado en la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo (UNPRG) en los años 2007, 2008, 2009 y 2010 con resultados importantes: destacado 26.09%, suficiente 73.91%, intermedio 0.00% y debajo del intermedio 0.00% que corresponde al logro de aprendizaje de los niveles 4, 3, 2 y 1 respectivamente.

## MATERIALES Y MÉTODOS

El proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática en el periodo de estudio, se realizó mediante la conducción del método heurístico, el cual según Polya es el verdadero método de la enseñanza de la matemática y que en su desarrollo involucra a un conjunto de métodos activos que convierten a cada sesión de clase en amena y dinámica entre estudiantes y profesor.

En la primera parte de esta investigación, el texto de Muller [12] fue esencial porque es un compendio de los temas que abarca la matemática básica y se complementó con las separatas preparadas por los docentes del PRONACAP; en la segunda parte se utilizó textos especializados como [7]...[11] y artículos científicos referentes al tema.

En la fundamentación y aplicación del método se tomó como soporte teórico-práctico los textos de Polya y Toranzos; ambos tratan el método Heurístico, pero Toranzos fué quien combinó el método heurístico con el Socrático. A continuación se describen resumidamente cada método:

### MÉTODO HEURÍSTICO DE POLYA

Se afirma que un gran descubrimiento resuelve un gran problema, pero en la solución de todo problema, hay un cierto descubrimiento. El problema que se plantea puede ser modesto, pero, si

pone a prueba la curiosidad que induce a poner en juego las capacidades inventivas, si se resuelve propios medios, se puede experimentar el encanto del descubrimiento y el goce del triunfo. Experiencias de este tipo, a una edad conveniente, pueden determinar una afición para el trabajo intelectual e imprimir una huella imperecedera en la mente y el carácter.

Por ello, el profesor de matemáticas tiene una gran oportunidad. Si dedica su tiempo a ejercitar a los alumnos en operaciones rutinarias, mataría en ellos el interés, impedirá su desarrollo intelectual y acabará desaprovechando su oportunidad. Pero si, por el contrario, pone en prueba la curiosidad de sus alumnos planteándoles problemas adecuados a sus conocimientos y los ayuda a resolverlos por medio de preguntas estimulantes, podrá despertarles el gusto por el pensamiento independiente.

Así es como G. Polya en su libro "Como plantear y resolver problemas", trata, en forma original y muy interesante, el problema de la enseñanza heurística de la matemática, donde encara, con la profundidad y la autoridad, la solución de problemas, demostración de teoremas y otras cuestiones mediante el método heurístico, el cual constituye el verdadero método de la enseñanza de la matemática en todos los niveles.

El plan para realizar la enseñanza heurística según Polya es el siguiente:

#### 1º) Comprender el problema

En éste paso se procura que el alumno comprenda el problema mediante las siguientes interrogantes ¿cuál es la incógnita?, ¿cuáles son los datos?, ¿Cuáles son las condiciones del problema? ¿Cuál es la conclusión?, si es posible se debe hacer el diseño geométrico.

#### 2º) Concebir un plan

Consiste en dar con la idea "brillante" que ha de constituir la clave orientadora de su futura acción en procura de la solución.

Aquí se plantea las siguientes preguntas ¿Ha encontrado un problema semejante?, ¿conoce algún teorema que le pueda ser útil?, ¿podría enunciar el problema en otra forma?, ¿puede plantear un problema general o particular?, ¿puede resolver una parte del problema?, ¿ha utilizado todos los datos?, ¿ha usado toda la teoría referente al problema?, ¿ya tiene las ecuaciones del problema?

### 3º) Ejecución del plan

En este paso efectuará todas las operaciones aritméticas y algebraicas necesarias para encontrar la solución (en su nivel más avanzado se realiza las demostraciones aplicando la cadena de razonamientos o se construye el modelo matemático como solución del problema).

Interrogantes: ¿Usaste todos los datos? ¿Aplicaste las condiciones del problema? ¿Aplicaste la teoría que aprendiste en clase?

### 4º) Examinar la solución obtenida (visión prospectiva)

Finalmente el alumno podría verificar la solución del problema y efectuará una revisión crítica del trabajo realizado; si es posible se generalizará el problema y se buscará las aplicaciones.

Interrogantes ¿Puedes usar el resultado en otro problema? ¿Al sustituir el resultado en la ecuación se cumple las condiciones? [2].

El método heurístico es el método científico más completo que cualquier otro método, paradójicamente en nuestro medio no es usual.

## MÉTODO SOCRÁTICO

Aunque su origen es tan antiguo como el Método heurístico, su aplicación sistemática a la enseñanza es moderna y constituye uno de los recursos más valiosos con que cuenta la educación moderna para realizar enseñanza activa.

El método Socrático (La Mayéutica) consiste en someter al estudiante a un interrogatorio formado por una cadena de preguntas, tales que sus respuestas sean lo más inmediatas y simples. Las condiciones fundamentales que debe llenar un interrogatorio son:

1. Las preguntas deben ser claras, precisas y sugestivas
2. Deben estar lógicamente encadenadas, tomando como punto de partida hechos conocidos (Hipótesis) y deben converger hacia un fin (Tesis):  $H \rightarrow T$
3. Las preguntas deben ser adaptadas al nivel Psicológico de la clase
4. Las preguntas en los interrogatorios colectivos deben ser dirigidas a toda la clase, de manera que el esfuerzo de elaborar la respuesta, sea del mayor número de alumnos [1].

Como instrumento de evaluación se utilizó la rúbrica analítica elaborada en base a las fases del método heurístico cuya estructura es.

Figura1  
Rúbrica Para Evaluar los aprendizajes esperados

Criterio o Categoría	Destacado (4)	Suficiente (3)	Suficiente con Recomendaciones (2)	Necesita Mejorar (1)
Comprensión del Problema	Identifica e interpreta con claridad los datos planteados en el problema y tiene certeza de las variables. Demuestra total comprensión del problema.	Identifica e interpreta parcialmente los datos planteados en el problema. Demuestra considerable comprensión del problema	Identifica e interpreta parcialmente los datos planteados en el problema. Demuestra poca comprensión del problema	No identifica ni menos interpreta los datos del problema. Demuestra confusa comprensión del problema.
Estrategias de solución	Identifica el modelo aplicable de acuerdo a la teoría y demuestra total entendimiento de los conceptos involucrados. Siempre usa estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas	Identifica parcialmente el modelo aplicable de acuerdo a la teoría y demuestra parcial entendimiento de los conceptos. Usa estrategias efectivas y eficientes.	Identifica parcialmente el modelo aplicable de acuerdo a la teoría y demuestra dificultad para entender los conceptos. Usa estrategias efectivas inadecuadas.	No identifica el modelo aplicable y no comprende los conceptos. Tiene idea de algunas estrategias a emplear.
Solución del problema planteado	Todos los métodos aplicados a la solución del problema son correctos. Todos los requerimientos del problema están incluidos en la respuesta para la solución del problema	Los métodos aplicados a la solución del problema no todos son correctos. Los requerimientos del problema están incluidos en la respuesta, pero falta precisión de cada solución.	Los métodos aplicados a la solución del problema no todos son correctos. Los requerimientos del problema algunos no están incluidos en la respuesta, hay imprecisión en la solución.	Los métodos aplicados a la solución del problema son incorrectos. No hay respuestas correctas, solo intentó resolver el problema
Explicación y Análisis de Resultados	Hábilmente comunica y analiza los resultados del problema. Demuestra total entendimiento de los resultados del problema	Hábilmente comunica y analiza los resultados de la solución del problema. Demuestra entendimiento parcial de los resultados del problema	Comunica y analiza parte de los resultados del problema. Demuestra poco entendimiento de los resultados del problema	No comunica ni analiza los resultados del problema. Demuestra deficiente entendimiento del problema
Aplicación de resultados	Aplica con facilidad los resultados del problema a situaciones similares. Determina métodos de solución más efectivos y eficientes	Aplica con facilidad los resultados del problema a situaciones similares. Tiene dificultad para determinar métodos más eficientes	Aplica con dificultad los resultados del problema a situaciones similares. Tiene dificultad para determinar métodos más eficientes	No tiene idea como aplicar los resultados del problema a situaciones similares. Describe ideas
Calificación	20	15	10	05

Nota Rúbrica elaborada por el autor

En la parte empírica de aplicación del método, en la primera etapa se utilizó las separatas preparadas por el equipo de capacitadores del PRONAFCAP; en la segunda etapa se usó el material preparado por el autor para el desarrollo del curso de Geometría diferencial del octavo ciclo de Matemática Pura.

Para poner en práctica el método heurístico en el trabajo docente universitario, el matemático necesita tener material didáctico preparado como: texto exclusivo para cada asignatura donde las situaciones problemáticas sean accesibles al método heurístico, así mismo es importante

preparar a los estudiantes en el enfoque del método para que le sea útil y al mismo tiempo le facilite la solución de los problemas complejos planteados.

## RESULTADOS

En el proceso del PRONAFCAP el Ministerio de Educación exigía que la capacitación sea con estrategias metodológicas de carácter activa, participativa, crítica y creativa; así mismo que las metodologías participativas o activas estén basadas en una permanente recreación del conocimiento, que la teoría se convierta en una guía para una práctica transformadora, que las técnicas participativas brinden información clara que contribuya al proceso de formación continua. Frente a éste gran reto se tomó decisiones de alta responsabilidad profesional para elegir un método de enseñanza adecuado que cumpla con las exigencias planteadas, es cuando se recurre al método activo y completo que es el método heurístico, que al final cumplió con las expectativas de la capacitación.

Para determinar el nivel de conocimiento de los estudiantes en el ítem Lógico Matemático, la UNPRG aplicó la prueba de entrada y la prueba de salida fue realizada por el autor y los resultados se muestran a continuación:

Tabla 1.  
Componente Lógico matemático 2009 Chepén-Perú

Calificación	Nivel de Logro	Prueba de entrada		Prueba de salida		
		Frec.	Total (%)	Frec.	Total (%)	
17 a 20	Destacado	0	0.00	Destacado	6	26.09
14 a 16	Suficiente	0	0.00	Suficiente	17	73.91
12 a 13	Intermedio	3	13.04	Intermedio	0	0.00
11	Debajo del Medio	20	86.96	Debajo del Medio	0	0.00
Total			100.00		23.00	100.00

Nota Elaborado por el Autor

Fuente. Prueba de entrada que aplicó la UNPRG

Se invirtió la situación con ayuda del material preparado y la aplicación del método heurístico con resultados sorprendentes detallados en la última columna de la tabla 1, donde se muestra el nivel de logro alcanzado por los estudiantes del PRONAFCAP 2009: 100% aprobados, de los cuales el 26.09% en el nivel destacado y 73.91% como suficiente; por tanto se alcanzó satisfactoriamente las expectativas esperadas. En este proceso la nota mínima aprobatoria fue 14 reglamentado por el ministerio de Educación.

Con el mismo procedimiento se aplicó el método heurístico en el nivel de educación superior, esta vez se trabajó con 30 estudiantes del curso de geometría diferencial del octavo ciclo de Matemática Pura y los resultados se resumen en la siguiente tabla:

Tabla 2.  
Geometría Diferencial 8° ciclo de Matemática Pura UNPRG2017-I

Intervalo	Nivel de Logro	Prueba de entrada		Prueba de salida		
		Frec.	Total (%)	Nivel de Logro	Frec.	Total (%)
Calificación	Destacado	0	0.00	Destacado	1	3.33
14 a 16	Suficiente	0	0.00	Suficiente	4	13.33
12 a 13	Intermedio	1	3.33	Intermedio	17	56.67
11	Debajo del Medio	0	0.00	Debajo del Medio	6	20.00
10	Desaprobdo	29	96.67	Desaprobado	2	6.67
Total		30	100.00		30	100.00

Nota Elaborado por el Autor

Fuente. Pruebas aplicadas y el registro el autor

Para este caso particular se ha cambiado la escala de calificación porque en el sistema universitario la nota aprobatoria es 11. Se empezó a trabajar con el método heurístico con el fin de mejorar la problemática del bajo nivel de rendimiento académico en su especialidad.

Los resultados son los que se esperaban, a pesar de que la carrera de Matemática Pura es de alta exigencia de formación académica y profesional, se alcanzó un 93.33% de aprobados y sólo un 6.67% de desaprobados a consecuencia de repetidas inasistencias e incumplimiento de tareas.

En general el método heurístico es efectivo, completo y sistemático que permite resolver problemas simples y complejos, realizar demostraciones de teoremas y otras situaciones problemáticas de menor dificultad tales como: progresiones, convexidad, proporcionalidades, volúmenes, proyecciones vectoriales, singularidades, tangencia de curvas, parametrizaciones, regularidad de una superficie.

Para entender cómo funcionó el método heurístico se describió las preguntas pertinentes y sus respectivas fases en la solución de un problema. Según Polya hay tres preguntas generales en las cuatro fases: ¿Por dónde debo empezar?, ¿Qué puedo hacer?, ¿Qué gano haciendo esto? Luego al tratar de encontrar la solución hay cuatro fases de trabajo. Primero tenemos que comprender el problema, es decir, ver claramente lo que se pide. Segundo tenemos que captar las relaciones que existen entre los diversos elementos, ver lo que liga a la incógnita con los

datos a fin de encontrar la idea de la solución y poder trazar un plan. Tercero poner en ejecución el plan. Cuarto volver atrás una vez encontrada la solución, revisarla y discutirla [4]. Las tres preguntas permiten captar el sentido y la idea del enunciado del problema y grabar el propósito en la mente, separar las partes principales del problema, determinando las hipótesis y las conclusiones, encontrar las ideas que sean útiles y que permitan llegar correctamente a la solución del problema, asegura tener la plena comprensión del problema, diseñar una presentación de la solución y considerar la solución desde varios puntos de vista.

En el diseño práctico de la aplicación del método se ilustró las cuatro fases mencionadas por Polya, mediante un problema completo y complejo cuyo enunciado es: determinar la curvatura normal ( $K_n$ ) y gaussiana ( $K_g$ ) de la superficie toroidal de revolución cuya curva perfil es una circunferencia con centro en el punto  $(R, 0, 0)$  y en el plano XOY que rota alrededor del eje Y. Este caso no es común, en la mayoría de textos de geometría diferencial, la rotación es alrededor del eje Z y con curva perfil que ya está parametrizada [7].

Se inició con las preguntas generales ¿Por dónde debo empezar? Empiece leyendo por lo menos dos veces el enunciado de problema, determine las partes del problema, asegúrese de tener el punto de partida. En la segunda pregunta ¿Qué puedo hacer? Visualice el problema como un todo, luego separe las parte principales del problema y busque ideas útiles y puntos de contacto con sus conocimientos previos. Una vez contestadas correctamente las interrogantes anteriores, conteste a ¿Qué gano haciendo esto? Le asegura familiarizarse con el problema, queda preparado para diseñar el procedimiento de solución y poner en práctica la idea útil. Luego con la lista de respuesta se pasa a la parte analítica del problema con las cuatro fases del método: Comprender el problema. Para esta fase, se debe responder las preguntas: ¿Cuáles son las variables cartesianas?, ¿Cuáles son las variables de parametrización?, ¿Cuáles son las condiciones del problema?, ¿Son suficientes las condiciones de problema para determinar las variables? ¿Cuáles son las hipótesis y las conclusiones?, si las respuestas son correctas, se tendrá que las variables son  $x, y, z, u$  y  $v$ ; las hipótesis: el plano XOY, la curva perfil, la superficie toroidal de revolución; las tesis son: el modelo de la curvatura normal ( $K_n$ ) y de la curvatura gaussiana ( $K_g$ ). Ahora que ya está claro todo el contexto del problema se pasa a la fase concebir un plan con las interrogantes: ¿Conoce algún problema semejante? ¿Ha considerado todas las nociones esenciales concernientes al problema?, ¿Se puede variar el problema?, ¿Conoce la relación entre las variables del problema?, ¿Sabe cómo se parametriza la curva perfil?, ¿Conoce la relación que existe entre la curva perfil y la superficie toroidal?, ¿Conoce la relación que existe entre la primera (I) y segunda (II) forma fundamental de una superficie regular? Aquí, el

reto es encontrar el camino correcto que ha de llevar a la solución buscada. Si las respuestas son acertadas, la curva perfil diseñada y parametrizada es  $(u) = (h(u), g(u), 0) = (R + r \cos u, r \sin u, 0)$  y la superficie teóricamente en su forma vectorial es  $X(u, v) = ((R + r \cos u) \cos v, r \sin u, (R + r \cos u) \sin v)$  [8] Y [9]. Estos resultados se dedujeron geométrica y analíticamente.

La ejecución del plan se realizó a partir de las derivadas parciales de primer y segundo orden de la función  $X(u, v)$  y del conjunto de operaciones vectoriales básicas, con esto se logró calcular los primeros y segundos elementos (E, F, G, I, m y n) [10] que conforman la I y II formas fundamentales de la superficie  $X(u, v)$ , de donde resultó que  $F=0$  y  $m=0$ ; después de un largo proceso algebraico se obtuvieron los resultados requeridos:

$$K_n = \frac{II}{I} = \frac{-r du^2 - (R+r \cos u) \cos u dv^2}{r^2 du^2 + (R+r \cos u)^2 dv^2} \quad K_g = \frac{In - m^2}{EG - F^2} = \frac{\cos u}{r(R + r \cos u)}$$

Para llegar a estos modelos se requiere una sesión de clase de 100 minutos, pero es seguro que los estudiantes comprendieron en su totalidad el procedimiento del método heurístico y les servirá de modelo para resolver muchos problemas similares con suma facilidad, tales como problemas de la cartografía y de agrimensura [11].

## DISCUSIÓN

A lo largo de varios años de experiencia en la especialidad de la matemática se ha logrado adecuar el método heurístico a las diferentes líneas de la matemática y consecuentemente resulta fácil aplicar a las distintas asignaturas de matemáticas que se imparten en otras carreras profesionales; también es aplicable a otras asignaturas que tienen que ver con modelos matemáticos como: optimización económica, econometría, estadística matemática, métodos matemáticos aplicados a la física, microeconomía, macroeconomía, finanzas públicas, administración financiera y economía de empresas. En cualquiera de los casos anteriores, el método se adecua al proceso de la enseñanza de la matemática a estudiantes de nivel académico heterogéneo en el ámbito de la modernidad y de la revolución tecnológica que les facilita distintas formas de aprender como afirma Mónica: "hoy en día los estudiantes tienen diversidad de formas para aprender, no todos lo hacen de la misma manera. Pueden ser visuales, auditivos o táctiles, entre otros. Es así, como el docente tiene el reto de aplicar diversidad de actividades, para lograr que el estudiante capte la información, teniendo en cuenta su propio estilo de aprendizaje [5].

El método heurístico no solo queda en la enseñanza de la matemática, también se puede extenderse a la investigación científica a través de sus interrogantes generales ¿Por dónde debo empezar?, ¿Qué puedo hacer? y ¿Qué gano haciendo esto?

El docente que domina el método heurístico se convierte en un estratega de la enseñanza de la matemática y logra que sus alumnos se familiaricen con el método y se vuelvan competentes para afrontar cualquier situación problemática de su especialidad.

Las situaciones problemáticas tienen niveles de dificultad: bajo, medio y alto, en cualquier caso mucho dependerá como se aplica el método; será exitoso si el logro de aprendizaje está en un rango mayor o igual que el 90% de aprobados.

Si bien es cierto, el aprendizaje basado en problemas (ABP) promueve el aprendizaje significativo centrado en el alumno para aplicar sus conocimientos adquiridos y para trabajar en equipo, pero está enfocado a casos cuya información no es inmediata y generalmente es compleja que requiere de otras disciplinas, por lo que no es aplicable a la enseñanza de la matemática del nivel básico, esto corrobora Varela, quien afirma que: "Las técnicas centradas en el estudiante y en contextos pueden derivar en una enseñanza superficial e incompleta de los hechos y principios científicos, lo que resulta inadecuado en la formación profesional [6]. Sin embargo, cuando se combina con el método heurístico resulta una herramienta poderosa para abordar la solución de problemas de alta complejidad.

## CONCLUSIONES

- Con la aplicación del método heurístico el nivel logro de aprendizaje esperado en la enseñanza de la matemática básica es destacado y suficiente y de la geometría diferencial es destacado, suficiente e intermedio con la categoría de aprobados.
- El método heurístico constituye el genuino método de la enseñanza de matemática, porque es activo y completo que involucra a otros métodos, como el método socrático, el de correlación o de proyectos; es aplicable en cualquier nivel de la enseñanza de la matemática y en cualquier disciplina que tiene que ver con la solución de problemas matemáticos.
- El instrumento de evaluación asociado al método heurístico es la rúbrica analítica que permite medir en toda su dimensión los aprendizajes esperados de los estudiantes en cada una de las unidades de la asignatura desarrollada.

- El logro de aprendizaje alcanzado en los estudiantes del PRONOFKAP 2009 es del 100% aprobados, en la carrera de Matemática Pura es del 93.33% de aprobados que está dentro del rango esperado.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Toranzos, F. (1963). Enseñanza de la Matemática. Argentina: Editorial Kapelusz. S.A.
- [2] Polya, G. (2002). Cómo Plantear y Resolver Problemas. México: Editorial Trillas
- [3] Comisión de las comunidades de las comunidades Europeas (2005). Competencias Clave para el aprendizaje permanente: Bruselas.COM (2005) 548 final.
- [4] Guzmán, M. (2008). Tendencias Innovadoras en Educación Matemática. Madrid-España: Universidad Complutense de Madrid.
- [5] Ángulo, M. (2012). Formación de Profesores de Matemática. Colombia: ECOE. Ediciones.
- [6] Varela. M. (2011). Educación Basada en Competencias. México: Editorial Médica. Panamericana.
- [7] Fedenko, S. (1981) Problemas de geometría diferencial. MOSCÚ: Editorial MIR.
- [8] Lipschutz, M. (1998). Geometría Diferencial. México: McGRAW-HILL.
- [9] O'NEILL, B. (1992). Elementos de Geometría Diferencial. México: Editorial LIMUSA-WILEY, S.A.
- [10] Rasheuski, P. (2015). Curso de Geometría Diferencial. MOSCÚ: URSS.
- [11] Nadiezhda, A. (2015) Diccionario Histórico de las Matemáticas MOSCÚ: URSS
- [12] Miller, D. (2006). Matemática: Razonamiento y Aplicaciones. México: PEARSON.